

# Révisions

Les exemples suivants devront avoir été abordés pour la rentrée sans utilisation de la calculatrice . Il sera nécessaire l'année prochaine d'être à l'aise avec ces points techniques apparaissant naturellement au sein d'un très grand nombre de chapitres.

## 1 Calculs

Les calculs impliquant des fractions comme les suivants ne devront poser aucun problème. Rappel : pour gérer sans erreur les fractions "à 3 étages", il est préférable d'ajouter l'étage .../1 manquant, se ramenant alors à une fraction "à 4 étages" et "diviser par un nombre c'est multiplier par son inverse".

Ecrire le résultat de chacun des calculs suivants sous forme d'une simple fraction :

1.  $2 - \frac{3}{x}$

3.  $\frac{2}{\frac{2}{5}}$

5.  $\frac{x}{3} - \frac{3}{x}$

7.  $\frac{5}{\frac{2}{5}}$

9.  $\frac{x}{2} - \frac{x^2}{x-1}$

2.  $\frac{\frac{7}{3}}{\frac{2}{5}}$

4.  $\frac{\frac{7}{3}}{2}$

6.  $\frac{x-3}{6-2x}$

8.  $\frac{3}{5} + \frac{1}{\frac{5}{2}}$

10.  $\frac{x+2}{x+1} + \frac{1}{x(x+1)}$

De même que les simplifications possibles ou non concernant des expressions comprenant des puissances, ln, exp telles que les suivantes

Simplifier, si possible, les expressions suivantes :

1.  $\ln(4)/\ln(2)$

3.  $6^5 - 3^5$

5.  $e^{x+1} - e^{x-1}$

7.  $(\ln x)^y$

9.  $\frac{\ln(1/x)}{x}$

2.  $5^7/4^7$

4.  $e^{x+1}/e^2$

6.  $(e^x)^y$

8.  $\ln(x^y)$

10.  $\ln(5) - \ln(2)$

## 2 Fonctions usuelles

Vous devez avoir parfaitement en tête l'allure des courbes des fonctions :

- carrée
- racine carrée
- inverse
- logarithme népérien
- exponentielle
- sinus
- cosinus

afin de répondre instantanément aux questions concernant leurs :

- ensembles de définition
- variations
- limites

## 3 Polynômes du second degré

Vous devez également connaître les résultats concernant les points suivants sur les polynômes du second degré :

- Racines (réelles ou complexes)
- Signe ("P est du signe de a à l'extérieur des racines")

## 4 Dérivées-Primitives

Les différentes formules de dérivation sont à bien connaître de même que les primitives usuelles.

Dériver les fonctions suivantes. *Ne pas se soucier ici des domaines de dérivabilité.*

- |                                  |                               |                                |  |  |
|----------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|--|--|
| 1. $x \mapsto e^{x^2-x+1}$       | 3. $x \mapsto e^{-x} \sin x$  | 5. $x \mapsto x \cos x \sin x$ | 7. $x \mapsto \frac{2x}{\sin x}$       | 9. $x \mapsto \frac{1}{x^3} - \frac{7}{x^2}$ |
| 2. $x \mapsto \frac{x^3+1}{x+1}$ | 4. $x \mapsto x\sqrt{2x^2-4}$ | 6. $x \mapsto x^2\sqrt{x}$     | 8. $x \mapsto \frac{\sin 5x}{\cos 4x}$ | 10. $x \mapsto \sin^4 x$                     |

Déterminer une primitive de chacune des fonctions suivantes. *Ne pas se soucier ici des intervalles de primitivation.*

- |                           |                                  |  |  |                                  |
|---------------------------|----------------------------------|--|--|----------------------------------|
| 1. $x \mapsto e^{3x}$     | 3. $x \mapsto xe^{x^2}$          | 5. $x \mapsto xe^{x^2+3}$                | 7. $x \mapsto \frac{\sin x}{\cos^3 x}$ | 9. $x \mapsto \frac{1}{(1+x)^2}$ |
| 2. $x \mapsto -2 \sin 2x$ | 4. $x \mapsto \frac{e^x}{1+e^x}$ | 6. $x \mapsto 4x^2 - 5x + \frac{1}{x^2}$ | 8. $x \mapsto \frac{1}{x \ln x}$       | 10. $x \mapsto \sin x \cos x$    |

## 5 Equations et inéquations

Il serait également préférable d'avoir de bonnes connaissances sur les erreurs "classiques" et les méthodes concernant les résolutions d'équations et d'inéquations.

Donner les solutions des équations ou inéquations suivantes :

- |                            |   |                        |                                    |                             |
|----------------------------|---|------------------------|------------------------------------|-----------------------------|
| 1. $x^2 = 4$               | 3. $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x+1} \geq 0$ | 5. $(x+1)^2 = (x-2)^2$ | 7. $\ln(x^2+1) = 2$                | 9. $x-2 = \frac{1}{x-2}$    |
| 2. $3 - \frac{x}{x-2} = 0$ | 4. $(x+1)^2 = x-2$                        | 6. $e^{2x} = e$        | 8. $\frac{x-1}{2} = \frac{2}{x-1}$ | 10. $e^{\ln x + \ln 2} = 2$ |

## 6 Exercices

Voilà quelques exercices que vous pourrez tenter d'aborder pour vous auto-évaluer, les révisions précédentes ayant été faites.

### Exercice 1

Simplifier l'expression suivante :

$$A = \frac{1}{e^{-\ln 6}} \times \sqrt{e^{-\ln 25}}$$

### Exercice 2

Donner la valeur exacte de  $f(e)$ ,  $f\left(\frac{1}{e}\right)$ ,  $f(\sqrt{e})$  et  $f(e^2)$  dans les cas suivants :

- $f : x \mapsto (\ln x)^2 - \ln x$ .
- $f : x \mapsto \ln(x^2) - \ln x$ .

### Exercice 3

Résoudre  $\ln(1+2x) \leq -\ln(x)$

(NB : cet exercice n'est pas si facile).